Definizione A

Per “Congettura di Goldbach”, si intende l'affermazione in base alla quale ogni numero pari (Npa) uguale o superiore a 4 può essere scritto come somma di due numeri primi (P1, P2), non necessariamente distinti (Npa = P1 + P2; Npa = 2P1). E' possibile che un numero pari Npa accetti più di una rappresentazione (ad es., 14 = 7 + 7 oppure 11 + 3, e 16 = 11 + 5 oppure 13 + 3).

Definizione B

Per “Insieme G1” si intende l'insieme composto dalla somma di due numeri primi, anche identici, la cui somma sia equivalente ad un numero pari.
Per “Insieme G2” si intende l'insieme composto dalla somma di quattro numeri primi, anche identici, la cui somma è equivalente ad un numero pari (Npa = P1 + P2 + P3 + P4, con P1, P2, P3 e P4 non necessariamente distinti).
Per “Insieme E” si intende l'insieme dei numeri pari positivi che non possono essere intesi come somma di due numeri primi, anche identici.

Proposizione 01

Ogni elemento dell'Insieme G2 è da intendersi come composto da due elementi non necessariamente distinti dell'Insieme G1.

Dimostrazione

Supponiamo per assurdo che nella formula Npa = P1 + P2 + P3 + P4, il numero primo P4 e solo quest'ultimo assuma valore uguale a 2

Npa = P1 + P2 + P3 + 2

Ciò è assurdo: infatti, dato che P1, P2 e P3 sono numeri primi differenti da 2, (P1 + P2 + P3) è un numero dispari (Nd) e la somma fra un numero dispari ed un altro numero dispari è uguale ad un numero pari, non un numero dispari.

Npa = (P1 + P2 + P3) + 2
Npa = Nd + 2
Npa = Nd

Supponiamo per assurdo che i numeri primi P4 e P2, e solo questi ultimi, assumano valore uguale a 2: dato che P1 e P3 sono numeri primi diversi da 2, applicando la proprietà commutativa è possibile ottenere sempre due elementi dell'Insieme G1, in quanto P1 e P3 non assumono valore 2 e (2 + 2) è un elemento di G1.

Npa = P1 + 2 + P3 + 2
Npa = P1 + P3 + 2 + 2
Npa = (P1 + P3) + (2 + 2)

Supponiamo per assurdo che i numeri primi P2, P3 e P4, e solo questi ultimi, assumano valore uguale a 2: avremo di nuovo la somma fra un numero pari ed un numero dispari, dato che P1 è un numero primo sempre diverso da 2, e chiaramente essa non può essere uguale ad un numero pari.

Npa = P1 + (2 + 2 + 2)
Npa = P1 + Npa
Npa = Nd

Infine, se tutti i numeri primi P1, P2, P3 e P4 assumono tutti valore uguale a 2, abbiamo un elemento dell'Insieme G1 ripetuto due volte, dato che (2 + 2) è un elemento di G1.

Npa = 2 + 2 + 2 + 2
Npa = (2 + 2) + (2 + 2)

Chiaramente, nella formula Npa = P1 + P2 + P3 + P4 i numeri primi coinvolti assumono valore uguale a 2 se e solo se solo un altro numero primo è ugale a 2, o, in alternativa, se tutti e quattro i numeri primi hanno valore uguale a 2. Ciò significa ogni elemento dell'Insieme G2 è da intendersi come composto da due elementi non necessariamente distinti dell'Insieme G1. - CVD

Proposizione 02

Gli elementi dell'Insieme G2 sono da intendersi come composti dalla somma fra tutti gli elementi di G1 con ogni elemento di G1, non nessariamente distinto, o, il che è equivalente, l'Insieme G2 è intendibile come G1 + G1.

Dimostrazione

Dato che ogni elemento dell'Insieme G2 è composto da elementi dell'Insieme G1, per la Tesi 01, ed essendo noto che qualsiasi numero pari, uguale o superiore ad 8, può essere scritto come Npa = P1 + P2 + P3 + P4, sommiamo ogni elemento di G1 a sé stesso, ottenendo

Npa = (2 + 2) + (2 + 2)
Npa = (3 + 3) + (3 + 3)
Npa = (5 + 3) + (5 + 3)
…
Npa = (P1 + P2) + (P1 + P2) oppure (2 P1) + (2 P1)

Chiaramente, in questo modo non è possibile ottenere tutti i numeri pari uguali o superiori ad 8: dato che, per la Tesi 01, l'Insieme G2 trae i propri elementi dalla somma non necessariamente distinta di elementi appartenenti all'Insieme G1, e che all'Insieme G2 mancherebbero un numero illimitato di numeri pari per coprire tutti i numeri pari uguali o superiori ad 8, è necessario aggiungere anche la somma degli elementi distinti dell'Insieme G1 per ottenere tutti i numeri pari uguali o superiori ad 8, visto che è dall'Insieme G1 e solo dall'Insieme G1 che l'Insieme G2 trae i suoi elementi.
Ciò significa che gli elementi dell'Insieme G2 sono da intendersi come composti dalla somma fra tutti gli elementi dell'Insieme G1 con ogni elemento dell'Insieme G1, in una somma fra elementi non nessariamente distinti, ovvero come G1 + G1. - CVD

Proposizione 03

Ogni numero pari uguale o superiore a 4 è da intendersi come somma o di un elemento o di due elementi, non necessariamente distinti, dell'Insieme G1, o, il che è equivalente, come somma di due numeri primi, non necessariamente distinti, oppure di quattro numeri primi, non necessariamente distinti.

Dimostrazione

Dato che l'Insieme G2 è equivalente a G1 + G1, è possibile intendere ogni numero pari uguale o superiore a 4 o come un elemento di G1, ovvero come somma fra due numeri primi, non necessariamente distinti, oppure due elementi di G2, cioè come somma fra quattro numeri primi, non necessariamente distinti. - CVD

Proposizione 04

Qualsiasi elemento dell'Insieme E può essere inteso come somma fra due elementi, non necessariamente distinti, appartenenti all'Insieme G1, o, il che è equivalente, qualsiasi elemento dell'Insieme E può essere inteso come somma fra quattro numeri primi, non necessariamente distinti.

Dimostrazione

Dato che, per il Corollario 01. 02, dato che ogni numero pari uguale o superiore a 4 è da intendersi o come un elemento di G1 o come somma fra due elementi di G1, non necessariamente distinti, ed essendo ogni elemento appartenente dell'Insieme E un numero pari, se ne conclude che ogni elemento appartenente all'Insieme E è da intendersi come somma fra due e solo due elementi non necessariamente distinti dell'Insieme G1, in quanto uno ed un solo elemento dell'Insieme G1, per Def. B, implicherebbe contraddizione. - CVD

Proposizione 05

L'insieme E è un sottoinsieme proprio dell'Insieme G2.

Dimostrazione

Supponiamo per assurdo che l'Insieme E non sia un sottoinsieme dell'Insieme G2: se ciò fosse vero, l'Insieme E sarebbe composto al massimo da tre elementi, ovvero i numeri 2, 4 e 6; ora, i numeri 4 e 6 sono esprimibili come $4 = 2 + 2$ e $6 = 3 + 3$, quindi come elementi appartenenti all'Insieme G1, mentre se il numero 2 fosse un elemento dell'Insieme E ciò sarebbe in accordo alla Congettura di Goldbach, per Def. A. Dunque nessuno dei numeri 2, 4 e 6 potrebbe appartenere ad E, quindi E sarebbe l'insieme vuoto. Ma l'insieme vuoto è un sottoinsieme dell'Insieme G2, e ciò contraddice l'ipotesi iniziale. Quindi E è un sottoinsieme dell'Insieme G2.
Supponiamo per assurdo che l'Insieme E sia uguale all'Insieme G2: ciò implicherebbe che ogni elemento dell'Insieme G2 è un elemento appartenente all'Insieme E; ma ciò è assurdo, perché esiste almeno un elemento dell'Insieme G2 associabile ad un elemento dell'Insieme G1, cioè esiste almeno un numero pari, uguale o superiore ad 8, che può essere inteso come somma fra due numeri primi, anche identici.
Rimane solo che l'Insieme E sia un sottoinsieme proprio dell'Insieme G2. - CVD

Considerazioni finali

Per ora, questo è il massimo che si è riusciti ad ottenere: ogni possibile eccezione alla Congettura di Goldbach, a ben guardare, è una quasi eccezione, perché è comunque realizzabile con due elementi, non necessariamente distinti, dello stesso insieme che fa capo alla Congettura, qui denominato Insieme G1.
Il passo successivo sarebbe riuscire a determinare se l'Insieme E sia finito oppure illimitato: più facile a dirsi che a farsi, almeno ad un puro livello insiemistico, visto che supporre per assurdo che l'Insieme E sia illimitato non sembra portare ad evidenti contraddizioni...