Quasi tutti i numeri dispari possono essere intesi come la somma di tre numeri primi (dimostrazione alternativa)

Premessa terminologica

Con l'espressione "quasi tutti", riferita a un insieme infinito di numeri interi, si intenderà "tutti eccetto una quantità finita".

Definizione A

Per "*Teorema di Vinogradov*" si intende l'enunciato che si può leggere nella pagina omonima della Wikipedia inglese (*https://en.wikipedia.org/wiki/Vinogradov%27s_theorem)*, da cui si può derivare che quasi tutti i numeri dispari Nd sono intendibili come somma di tre numeri primi non necessariamente distinti, cioè che Nd = Px + Py + Pz.
Qui di seguito si troverà una dimostrazione alternativa della principale conseguenza del Teorema di Vinogradov, cioè che quasi tutti i numeri dispari Nd sono intendibili come somma di tre numeri primi non necessariamente distinti, cioè che Nd = Px + Py + Pz.

Definizione B

Per "*Teorema dei numeri primi*" si intende l'affermazione in base alla quale il rapporto tra il numero di numeri primi compresi fra 0 ed x e la funzione x/ ln x si avvicina ad 1, man mano che il numero x preso in considerazione diventa sempre più grande.

Definizione C

Per "*Risultato di Wen Chao Lu*", si intende l'articolo "*Exceptional set of Goldbach number*", pubblicato appunto da Wen Chao Lu, riassumibile nella frase, tratta dall'abstract dell'articolo medesimo, in base alla quale *"Sia E(x) il numero dei numeri pari non maggiori di x che non possono essere scritti come somma di due primi. In questo articolo si dimostra che* $E(x) << x^{0.879}$ *"*.

Proposizione 01

Quasi tutti i numeri dispari Nd possono essere intesi come Nd = Px + Py + Pz.

Dimostrazione

Si prenda un generico numero dispari x: per il *Teorema dei numeri primi*, fra 0 ed x ci sono x/ln x numeri primi compresi fra 0 ed x; in questa maniera abbiamo ottenuto una lista di numeri primi P', P'', P''' ecc. Sottraiamo i vari P', P'', P''' al numero dispari x da cui siamo partiti: ovviamente si ottengono di volta dei numeri pari Npa sempre diversi come risultato della sottrazione.

$$x - P' = Npa'$$
$$x - P'' = Npa''$$
$$x - P''' = Npa'''$$
$$\dots$$
$$x - P(n) = Npa(n)$$

Presupponendo che i vari numeri pari Npa', Npa'', Npa''' che così abbiamo ottenuto possono essere solamente o eccezioni alla Congettura di Goldbach o conferme alla Congettura di Goldbach, e che quindi se un numero pari non è un eccezione alla Congettura di Goldbach allora tale numero pari è una conferma alla Congettura di Goldbach, possiamo calcolare il numero di eccezioni comprese fra

0 ed x: per il risultato di Wen Chao Lu, possiamo affermare che *"sia E(x) il numero dei numeri pari non maggiori di x che non possono essere scritti come somma di due primi. In questo articolo si dimostra che* $E(x) << x^{0.879}$ *"*.
Da risultati di analisi matematica, si può dimostrare, in generale, che x/ln x cresce più rapidamente di qualsiasi potenza di x con esponente inferiore ad 1; inoltre la funzione E(x), per quanto detto da Wen Chao Lu, è un valore inferiore rispetto a x elevato alla prima; pertanto, da un certo x in poi, cioè per quasi tutti gli x, ripetendo il procedimento qui sopra esposto, si avrà che almeno uno dei numeri pari Npa', Npa'', Npa''' ecc è una conferma alla Congettura di Goldbach, ed ovviamente

$$x - P' = Npa'$$
$$x - P' = Px + Py$$
$$x = Px + Py + P'$$
$$x = Px + Py + Pz$$

Come si vede, *quasi tutti i numeri dispari Nd possono essere intesi come Nd = Px + Py + Pz.* - CVD

Proposizione 02

Le scritture di un numero dispari Nd come Nd = Px + Py + Pz tendono ad infinito.

Dimostrazione

In base alla *Proposizione 01*, possiamo affermare che "*quasi tutti i numeri dispari Nd possono essere intesi come Nd = Px + Py + Pz."*: poiché le conferme alla Congettura di Goldbach sono infinite, per numeri dispari Nd sufficientemente grandi non solo possiamo affermare che tali numeri possono essere scritti come Nd = Px + Py + Pz, ma anche che tali scritture tendono ad infinito, perché il ragionamento esposto nella *Dimostrazione* della *Proposizione 01* deve per forza portare ad infiniti numeri primi che, sottratti al numero x preso in considerazione, danno infinite conferme alla Congettura di Goldbach, appunto perché, come si diceva, x/ln x cresce più rapidamente di qualsiasi valore compreso fra x elevato alla zero ed x elevato alla prima.
Come si vede, "*le scritture di un numero dispari Nd come Nd = Px + Py + Pz tendono ad infinito."*

Considerazioni finali

Quanto lontani siamo dall'effettivo Teorema debole di Goldbach? E quanto il metodo prospettato qui è più "semplice" degli originari risultati di I. M. Vinogradov e di H. Helfgott? Per chiunque fra i gentili lettori si possa far prendere dall'entusiasmo (ed il sottoscritto, dall'entusiasmo, si era fatto prendere abbastanza rapidamente), può essere utile tenere a mente quanto il *Team di Dimostriamogoldbach!* ha commentato sulla questione, nello scambio di mail preparatorio a questo testo:

"*Come ti abbiamo accennato in un commento nel tuo documento, il numero di 10 elevato alla quindicesima è venuto fuori solamente confrontando gli ordini asintotici, ma non le quantità a cui essi si riferiscono. Praticamente, le cose stanno così:*

- *Il Teorema di Wen Chao Lu implica che, per numeri sufficientemente grandi, quindi per x maggiore o uguale di un certo N, il numero di eccezioni tra 0 e x è più piccolo di* $x^{0.879}$.
- *Il Teorema dei numeri primi implica che, per numeri sufficientemente grandi, quindi per x maggiore o uguale di un certo M, il rapporto tra la quantità di interi del tipo P1 + 3 compresi tra 0 e x, e la funzione x / ln(x), è vicino a 1 quanto vogliamo (ammettiamo che sia compreso tra 0.99999 e 1.00001; ovviamente M dipende dal grado di accuratezza scelto).*

Dunque, confrontare semplicemente le funzioni $x^{0.879}$ e $x / \ln(x)$ non è che una parte della questione. Infatti:

- *non sappiamo quanto vale N (potrebbe essere molto più grande di 10 alla quindicesima)*
- *non sappiamo quanto vale M (stessa osservazione di sopra)*
- *non sappiamo quanto vale la differenza tra la quantità di numeri di tipo P1 + 3 compresi tra 0 e x, e il valore della funzione $x / \ln(x)$; il confronto tra i due si basa solo sul loro rapporto*

Quindi, in linea di principio la tua idea può essere effettivamente un modo alternativo per dimostrare la congettura debole di Goldbach, ma mancano questi importanti dettagli. Poi, ammesso di aver trattato adeguatamente i tre punti di sopra, N potrebbe risultare più grande di 10 alla diciottesima; in tal caso le attuali verifiche empiriche non sarebbero sufficienti per i restanti numeri.
Ciò non toglie che a livello intuitivo il tuo discorso abbia senso. In effetti spesso le dimostrazioni vengono fuori proprio così: si parte da un'intuizione, che magari arriva in un batter d'occhio, e poi si impiegano settimane o mesi (se non di più) per trasformare quell'intuizione in una dimostrazione corretta e completa.

Per quanto riguarda il discorso della semplicità, è una questione opinabile. Tieni presente che hai utilizzato infatti il Teorema di Wen Chao Lu, che ha una complessità paragonabile a quella di Helfgott! Chiaramente, il discorso può sembrare semplice se si dà per noto il Teorema di Wen Chao Lu, ma se invece bisogna studiare anche quello, allora il tutto diventa molto complicato. La semplicità di una dimostrazione in generale è soggettiva e dipende dai prerequisiti che si assumono e in generale da quanto in profondità si sceglie di andare; solo dopo essersi metti d'accordo su questi parametri si può parlare in modo oggettivo di semplicità o complessità di una dimostrazione."