La congettura di Goldbach soddisfatta con la strategia che il giovane Gauss inventa per sommare i numeri da 1 a 100.

Giovanni Di Savino & team dimostriamogoldbach.it

Johann Friedrich Carl Gauss (4) aveva 9 anni quando il suo maestro, per impegnare tutta la classe, chiese ai suoi giovani alunni di calcolare la somma dei numeri minori o uguali al numero 100; Gauss, grazie ad una intuizione e con una strategia, diede in pochi minuti la risposta esatta. Il giovane matematico aveva visualizzato una simmetria che legava i numeri da 1 a 100 infatti, sovrapponendo su due righe i 100 numeri ma in ordine inverso, si ottenevano 100 coppie di numeri la cui somma era 101 ed il risultato era uguale per tutte le coppie (1 + 100, 2 + 99, …, 99 + 2, 100 + 1). Escluse le coppie che erano composte da numeri uguali e sommò le rimanenti coppie che erano la metà delle 100 coppie che si generavano. La risposta al quesito posto dal maestro fu ottenuta da Gauss con la moltiplicazione 50 x 101 = 5050. Oggi per calcolare la somma dei numeri minori o uguali a un numero usiamo la formula: *n(n+1)/2* .

1.1 Gauss, a fine 18^0 secolo, con il Teorema Fondamentale dell'Aritmetica ha dimostrato che i numeri interi positivi più grandi di 1 sono o numeri primi o sono il prodotto di numeri primi elevati a potenza n-esima ma Gauss, ancor giovane, ha mostrato che uno stesso numero dispari, 101, è la somma dei numeri pari con i numeri dispari minori o uguali a un numero pari. La strategia inventata da Gauss è indicativa per soddisfare la congettura di Goldbach.

1.2 I numeri minori o uguali al numero "100 di Gauss" sono 51 numeri pari e 50 numeri dispari. Sovrapponendo su due righe ed in ordine inverso i 51 numeri pari si formano coppie di soli numeri pari la cui somma è uguale al numero pari 100 (0 + 100, 2 + 98, …, 50 + 50, …, 98 + 2, 100 + 0); sovrapponendo su due righe ed in ordine inverso i 50 numeri dispari si formano coppie di soli numeri dispari la cui somma è uguale al numero pari 100 (1 + 99, 3 + 97, ..., 49 + 51, 51 + 49, …, 97 + 3, 99 + 1); i due numeri di ogni coppia sono equidistanti dalla metà di 100. L'intuizione di Gauss "sovrapporre su due righe ed in ordine inverso i numeri minori o uguali a uno degli infiniti numeri pari", ci permette di ottenere che qualunque numero pari è la somma di due numeri come enunciato nella condizione di base della versione forte della congettura di Goldbach.

2. La congettura di Goldbach (2a) è uno dei problemi irrisolti della teoria dei numeri ed a noi è nota in due versioni. Nel 1742 Goldbach (2) ha affermato che gli infiniti numeri naturali dispari, maggiori di 5, sono la somma di 3 numeri primi. La congettura così formulata è nota come la versione debole o ternaria della congettura di Goldbach e il matematico, non avendola dimostrata, la inviò al suo amico Eulero (3) perché la dimostrasse. Eulero, consapevole di non poterla verificare per ognuno degli infiniti numeri primi, la riformulò in "tutti i numeri pari maggiori di 2 sono la somma di due numeri primi"; la congettura così formulata è nota come la versione forte o binaria della congettura di Goldbach.

   La versione forte della congettura, quella che si riferisce agli infiniti numeri pari maggiori di 2 che sono il risultato della somma di due primi, è stata in parte verificata dal prof. Tomàs Oliveira e Silva, che ha confermato che i numeri pari minori od uguali a 4x10^18 sono effettivamente il risultato della somma di due numeri primi. Ma possiamo affermare anche che, non essendoci un numero primo più grande di tutti (perché i numeri primi sono infiniti), la quantità considerevole di

4.000.000.000.000.000.000 numeri pari verificati o qualunque quantità di numeri pari verificati è da ritenersi un primato che sarà superato.

2.1 Euclide (1), formulando $2 \cdot 3 \cdot ... \cdot p_n + 1$, con p_n numero primo, ha dimostrato che si possono generare numeri primi sempre più grandi dei primi supposti noti di cui alla produttoria indicata con $2 \cdot 3 \cdot ... \cdot p_n$, per cui non esiste un numero primo più grande di tutti gli altri. Perciò non esiste un numero pari che soddisfa la Congettura di Goldbach che sia più grande di tutti gli altri che la soddisfano, in quanto per ogni primo p vale l'equazione $2p = p + p$, generando una soluzione della Congettura di Goldbach sempre più grande al crescere di p.

2.2 Qualunque numero pari che sia la somma di due numeri primi $x_n + y_n$, per quanto grande, inaccessibile ed inarrivabile, è rappresentabile sul piano cartesiano con un punto tale che x_n e y_n sono la sua ascissa e la sua ordinata.

2.3 Gauss (4) ha dimostrato che gli infiniti numeri pari si possono esprimere come prodotto di numeri primi, e tale rappresentazione è unica, se si prescinde dall'ordine in cui compaiono i fattori ma, come riportato al precedente punto 1.1, ha anche mostrato che il numero pari 100 od uno degli infiniti numeri pari è la somma di due dei numeri minori o uguali al numero dato che, sovrapposti su due righe ed in ordine inverso, generano tutte le coppie di numeri pari e dispari, $x_n + y_n$, la cui somma è il numero pari.
Le coppie $x_n + y_n = z$ che Gauss ottiene scomponendo in somma un numero pari sono coppie di numeri che sono equidistanti dalla metà del numero pari; la somma z è uno degli infiniti numeri pari che, grande, inaccessibile ed inarrivabile, è un numero che è somma di due metà di z o di numeri equidistanti da questa metà. Talete (6) afferma che si può misurare tutto ciò che si può indicare sul piano.

2.4 Talete (6), filosofo, scienziato e matematico greco, ha misurato grandezze inaccessibili ed inarrivabili (6a). Le misurazioni che Talete faceva con le ombre o con il triangolo che generava sulla sabbia della riva, il piano "cartesiano" di 2600 anni fa, possono essere rifatte sull'attuale noto piano cartesiano e, sempre considerando che per calcolare tutti i numeri non abbiamo spazio e tempo sufficienti essendo un insieme infinito (4b), possiamo associare gli infiniti punti del piano ad infiniti numeri pari $z = x_n + y_n$ somma di due numeri primi o ad infiniti numeri dispari z somma di un pari (che secondo la Congettura di Goldbach sarebbe la somma di 2 primi) più un primo.

3. Ognuno degli infiniti numeri pari è somma di numeri primi dispari minori od uguali della metà del numero pari di partenza, e numeri primi dispari maggiori od uguali della sua metà; per soddisfare l'enunciato della Congettura di Goldbach bisogna verificare che i numeri primi, x_n, minori o uguali alla prima metà del numero pari, non siano multipli dei primi minori od uguali alla radice quadrata del numero pari, e verificare che il numero primo della seconda metà, y_n, sia distante dalla metà del numero pari quanto è distante il numero primo x_n. A conferma delle difficoltà, se non l'impossibilità, di identificare misure con numeri primi, ci è noto che il numero primo più grande che si conosca è un numero primo, del tipo che identifichiamo come numero di Mersenne (12) perché è dato da $2^{82.589.933} - 1$. Tale numero è stato trovato nel 2018 da GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) (13), occupa molto spazio se lo si volesse scrivere (occorrono 24.862.048 cifre decimali), e per trovarlo è stato impiegato tempo e sono stati utilizzati più computer collegati tra loro.

4. Gauss, con l'invenzione delle coppie, ci permette di affermare che qualunque numero pari è il risultato della somma di due numeri dispari minori o uguali al numero pari di partenza. Non conoscendo che forma generale hanno i numeri primi, e la distanza che separa numeri primi successivi, non possiamo affermare che tutti i numeri pari sono somma di numeri primi minori, o maggiori, o uguali alla metà del numero pari. Chi distingue e conferma l'esistenza di numeri primi minori e numeri primi maggiori della metà del numero pari è Joseph Bertrand (11) che nel 1845 congetturò che tra un numero *n* ed il suo doppio *2n* c'è sempre un numero primo. Nel 1850 Chebyshev (10) dimostrò questa congettura, che è nota come Postulato di Bertrand, e tra le coppie che Gauss ottiene, ossia tra le coppie di numeri minori o uguali a un numero pari, ce ne sarà senz'altro una composta da due numeri dati dal Postulato di Bertrand, uno dei quali è primo.

    4.1 Euclide con $2 \cdot 3 \cdot ... \cdot p_n + 1$ dimostra che, dato un numero primo, ne esiste sempre uno più grande; Chebyshev dimostra che tra *n* e *2n* c'è un numero primo che forma una coppia di numeri dispari che Gauss ottiene dai numeri dispari minori o uguali a un numero pari.

5. Gli infiniti numeri pari richiamati da Eulero nella versione forte o binaria della congettura di Goldbach sono uguali al risultato della somma di coppie di numeri che Gauss forma con i numeri minori o uguali al numero pari:

    5.1 sono uguali al risultato della somma di un numero primo dispari minore della metà del numero pari e di un numero primo dispari che c'è sempre oltre la metà del numero.

6. Gli infiniti dispari richiamati da Goldbach nella versione debole o ternaria della congettura che porta il suo nome sono uguali al risultato della somma di coppie di numeri che Gauss forma con i numeri minori o uguali a un numero pari, più un numero dispari:

    6.1 sono uguali al risultato della somma di tre primi, di cui uno è un numero dispari che è primo e gli altri due sono i 2 primi la cui somma è il numero pari dato dalla differenza tra il numero di partenza ed il primo numero dispari.

Riferimenti bibliografici e sitografici

(1) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euclid/

(1a) https://home.aero.polimi.it/lastaria/archivio/2018_2019_numeri_primi_1.pdf

(2) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Goldbach/

(2a) https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/la-congettura-di-goldbach/

(2b) Verifica della congettura di Goldbach http://sweet.ua.pt/tos/goldbach.html

(3) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euler/

(4) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Gauss/

(5) https://www.infodata.ilsole24ore.com/2019/01/07/matematica-numeri-primi-gauss-euclide-big-data commenti Di Savino Giovanni

(6) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Thales/

(6a) Distanziometro di Talete
http://www.gioiamathesis.it/index_file/giornale_file/articoli_file/pubblicazioni_file/La%20Scienza%20di%20Talete.pdf

(7) https://people.dmi.unipr.it/alessandro.zaccagnini//psfiles/papers/lang_zac.pdf

(8) https://it.quora.com/Perch%C3%A9-nessuno-ha-ancora-scoperto-una-formula-generatrice-di-numeri-primi?q=perch%C3%A9%20nessuno%20ha%20ancora%20scoperto%20una%20formula%20 risposta

(9) https://www.galileonet.it/numeri-primi/

(10) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Chebyshev/

(11) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bertrand/

(12) https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mersenne/

(13) https://www.mersenne.org/primes/